Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

10. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II", SS 2003

Abgabetermin: Montag, 7.7.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 42: Zeigen Sie, daß der Raum $(\mathcal{C}^1[a,b], \|\ \|_{\mathcal{C}^1})$ vollständig ist.

Aufgabe 43: Zeigen Sie, daß ein metrischer Raum X genau dann kompakt ist, wenn jede unendliche Menge $M \subseteq X$ einen Häufungspunkt besitzt.

Aufgabe 44: Es sei X ein metrischer Raum. Die *Distanz* zweier Mengen $A, B \subseteq X$ wird erklärt durch:

$$d(A,B) \ := \ \inf\{d(x,y) \mid x \in A,\, y \in B\}$$

a) Es seien A abgeschlossen, B kompakt und $A \cap B = \emptyset$. Zeigen Sie, daß $d(A,B) > 0$ gilt.

b) Finden Sie abgeschlossene, disjunkte Mengen $A, B \subseteq \mathbb{R}^2$ mit $d(A,B) = 0$.

Aufgabe 45: Gegeben seien die Linearformen $S : f \mapsto \int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ und $\delta : f \mapsto f(0)$ auf $\mathcal{C}[-1,1]$. Entscheiden Sie für die Normen $\|\ \|_{\sup}$ und $\|\ \|_1$ auf $\mathcal{C}[-1,1]$, ob S und δ stetig sind, und berechnen Sie gegebenenfalls die Normen von S und δ.