

11. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 14.7.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 46: Zeigen Sie, daß die ℓ_∞ -Norm von $T \in L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ durch die *Zeilensummen-Norm* der Matrix $A = (a_{\mu\nu}) = \mathbb{M}(T)$ gegeben ist:

$$\|T\|_{L(\ell_\infty^n, \ell_\infty^m)} = \|A\|_{ZS} := \max_{\mu=1}^m \sum_{\nu=1}^n |a_{\mu\nu}|$$

Aufgabe 47: Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz.

- a) $\left(\frac{i^n}{1+ni}\right)$ b) $\left(\frac{e^{2n}}{(3+4i)^n}\right)$ c) $\left(\left(1 + \frac{a_n}{n}\right)^n\right)$ für Nullfolgen $(a_n) \subseteq \mathbb{C}$

Aufgabe 48: Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{C} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{C}$ definiert durch $f(z) := \frac{1+z}{1-z}$ für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$.

- a) Zeigen Sie, daß f stetig und injektiv ist, und bestimmen Sie $f(\mathbb{C} \setminus \{1\})$.
b) Berechnen Sie die Umkehrfunktion von f und zeigen Sie ihre Stetigkeit.
c) Bestimmen Sie $f(S_1(0))$ und $f(K_1(0))$.

Aufgabe 49: Zeigen Sie, daß die auf ganz \mathbb{C} definierten Funktionen Sinus und Kosinus nur reelle Nullstellen haben.