

## 13. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 28.7.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 54:** Es seien  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein *Zeitintervall* und  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  ein *Raumgebiet*; Punkte aus  $D \times I \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$  werden mit  $(x, t)$  bezeichnet, und es sei  $r = |x|$ . Die partielle Differentialgleichung

$$\Delta_x f - \frac{1}{k} \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

heißt *Wärmeleitungsgleichung* ( $k > 0$  ist die Temperaturleitfähigkeit). Zeigen Sie, daß

$$T(x, t) := t^{-n/2} \exp\left(-\frac{r^2}{4kt}\right)$$

eine bezüglich der Raumvariablen rotationssymmetrische Lösung auf  $\mathbb{R}^n \times (0, \infty)$  ist. Was passiert für  $t \rightarrow 0$ ?

(Hinweis: Verwenden Sie die Formel für  $\Delta(f \circ r)$  aus Beispiel 1.10 der Vorlesung.)

**Aufgabe 55:** Berechnen Sie  $F(x) := \int_0^1 \frac{t^x - 1}{\log t} dt$  für  $x \geq 0$ .

**Aufgabe 56 a):** Seien  $f \in \mathcal{C}^1((a, b) \times (c, d))$  und  $\varphi, \psi \in \mathcal{C}^1(a, b)$  mit  $c < \varphi(t) \leq \psi(t) < d$  für alle  $t \in (a, b)$ . Zeigen Sie für die Funktion  $F : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \int_{\varphi(t)}^{\psi(t)} f(t, x) dx$  mit Hilfe der Kettenregel, daß gilt:

$$F'(t) = \int_{\varphi(t)}^{\psi(t)} \frac{df}{dt}(t, x) dx + f(t, \psi(t)) \frac{d\psi}{dt}(t) - f(t, \varphi(t)) \frac{d\varphi}{dt}(t)$$

b) Bestimmen Sie die Ableitung von

$$F(t) := \int_{\frac{1}{t}}^1 \frac{e^{tx}}{x} dx \quad \text{auf } (0, \infty).$$

**Aufgabe 57:** Berechnen Sie die lokalen Extremstellen der Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) := (4x^2 + y^2) \exp(-x^2 - 4y^2)$ .

**Aufgabe 58:** Gegeben seien  $n$  Paare von Meßwerten  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . Bestimmen Sie diejenige Gerade  $y = ax + b$  in  $\mathbb{R}^2$ , für die  $\sum_{k=1}^n (y_k - ax_k - b)^2$  minimal wird („*Methode der kleinsten Quadrate*“).

### Anmeldung zur Klausur

Die Klausur zum Erwerb eines Leistungsnachweises findet

**am 14.8.2003 von 14<sup>30</sup> – 17<sup>30</sup> Uhr im Hörsaal 5 des HG II**

statt. Anmeldungen zur Klausur werden bis zum **1.8.2003** in den Übungen oder von Frau Schulte (R. 635) entgegengenommen.