Prof. Dr. W. Kaballo
J. Uhing

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

1. Übungsblatt zu „Ausgewählte Kapitel aus der Analysis“, SS 2003

Abgabetermin: Donnerstag, 15.5.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 1: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

a) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{2^k}$ **b)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^k}{k^{k+1}}$ **c)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$

Aufgabe 2: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

a) $\sum\limits_{k=2}^{\infty} \frac{1}{(\log k)^3}$ **b)** $\sum\limits_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\log k}$ **c)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{1+\frac{1}{k}}}$

Aufgabe 3: Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die folgenden Reihen konvergieren.

a) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(1+x^2)^{k+1}}$ **b)** $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{1+x^{4k}}$

Aufgabe 4: Es sei $\alpha > 0$. Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k \log k (\log\log k)^{\alpha}}$$

auf Konvergenz.

Aufgabe 5: Es seien (a_k), $(b_k) \subset \mathbb{R}_0^+$ Folgen mit $\lim\limits_{k\to\infty} \frac{a_k}{b_k} = c \neq 0$. Zeigen Sie:

a) $\sum a_k < \infty \quad \Leftrightarrow \quad \sum b_k < \infty$.

b) Die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+\log k}{k^3+e^{-k}+k^4}$ ist konvergent.