Prof. Dr. W. Kaballo
J. Uhing

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

2. Übungsblatt zu „Ausgewählte Kapitel aus der Analysis“, SS 2003

Abgabetermin: Donnerstag, 22.5.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 1: Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Reihen konvergent?

a) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!} x^k$ **b)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} k^k x^k$ **c)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k 2^k}$

Aufgabe 2: Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \binom{2+k}{k}^{-\frac{1}{k}}$ **b)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$ **c)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} 2^{(-1)^k - k}$ **d)** $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^{k^2}}{k^{k^2} \cdot 4^k}$

Aufgabe 3: Es sei $\sum a_k$ absolut konvergent, und (b_k) sei eine beschränkte Folge. Zeigen Sie, daß $\sum a_k b_k$ absolut konvergiert. Konvergiert $\sum a_k b_k$, falls $\sum a_k$ konvergent, aber nicht absolut konvergent ist?

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass gilt:

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - - + + \cdots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} =: s.$$

Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass für s aus Aufgabe 4 gilt:

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + + + + - - \cdots = \frac{3}{2} s.$$