Prof. Dr. D. Erle
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

3. Übungsblatt zu „Topologie I“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 19.5.03, bis 14.15 Uhr in den Kästen

Aufgabe 9: Es sei $X := \{a, b, c, d, e\}$. Geben Sie die Topologie an, zu der

$$S := \{\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{b, e\}\}$$

eine Subbasis ist.

Aufgabe 10: Es sei $X := \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\} \cup \{(0, 1)\} \subset \mathbb{R}^2$. $\mathcal{B}$ sei die Menge von Teilmengen $\mathcal{O}_{a,b}$ und $\mathcal{O}_c$ von X für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $c > 0$, so daß gilt:

$$\begin{aligned} &\mathcal{O}_{a,b} = \{(x, 0) \in X \mid x \in \,]\, a, b \,[\, \} \\ \text{und} \quad &\mathcal{O}_c = \{(x, 0) \in X \mid x \in \,]-c, 0\,[\, \cup \,]\,0, c\,[\, \} \cup \{(0, 1)\} \end{aligned}$$

a) Zeigen Sie, daß es genau eine Topologie auf X gibt, die $\mathcal{B}$ als Basis hat.

b) Kann die Topologie durch eine Metrik erzeugt werden?

Aufgabe 11: Untersuchen Sie, ob die Topologien $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_3$ aus Aufgabe 7 das 1. oder 2. Abzählbarkeitsaxiom erfüllen.

Aufgabe 12: Es sei $\mathcal{T}_1$ die Topologie auf $\mathbb{R}$ aus Aufgabe 7 a) und $\mathcal{T}$ die Standardtopologie auf $\mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß $f : (\mathbb{R}, \mathcal{T}_1) \to (\mathbb{R}, \mathcal{T})$ genau dann stetig ist, wenn f konstant ist.