Prof. Dr. D. Erle
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

6. Übungsblatt zu „Topologie I", SS 2003

Abgabetermin: Freitag, 6.6.03, bis 14.15 Uhr in den Kästen

Aufgabe 21: Gegeben sei eine Abbildung $f : X \to Y$ topologischer Räume. Die Teilmenge $G(f) := \{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}$ heißt der *Graph* von f. Sei $X \times Y$ mit der Produkttopologie und $G(f) \subset X \times Y$ mit der Unterraumtopologie versehen. Beweisen Sie, daß f genau dann stetig ist, wenn die Abbildung $x \mapsto (x, f(x))$ ein Homöomorphismus von X auf $G(f)$ ist.

Aufgabe 22: Es seien $A \subset X$ und $B \subset Y$ Teilmengen der topologischen Räume X und Y. Beweisen Sie die folgenden Identitäten in dem mit der Produkttopologie versehenen Produktraum $X \times Y$:

a) $\overset{\circ}{\widehat{A \times B}} = \overset{\circ}{A} \times \overset{\circ}{B}$

b) $\overline{A \times B} = \overline{A} \times \overline{B}$

c) $Rd(A \times B) = (Rd(A) \times \overline{B}) \cup (\overline{A} \times Rd(B))$

Aufgabe 23: Es seien X und Y topologische Räume. Beweisen Sie:

a) Ist $f : X \to Y$ stetig, surjektiv und offen, dann trägt Y die Finaltopologie bzgl. f.

b) Je zwei der drei Eigenschaften *stetig*, *surjektiv* und *offen* reichen dazu im allgemeinen nicht aus.

Aufgabe 24: $f : X \to Y$ sei eine stetige, surjektive Abbildung, und Y habe die Quotiententopologie bzgl. f. $Z \subset Y$ sei Durchschnitt einer offenen und einer abgeschlossenen Teilmenge von Y. Zeigen Sie, daß dann Z die Quotiententopologie bzgl. $f|_{f^{-1}(Z)}$ hat.