Prof. Dr. D. Erle
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

8. Übungsblatt zu „Topologie I“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 23.6.03, bis 14.15 Uhr in den Kästen

Aufgabe 28: Es sei X ein topologischer Raum und $A, B \subset X$ abgeschlossen.

a) Beweisen Sie: Sind $A \cap B$ und $A \cup B$ zusammenhängend, dann auch A und B.

b) Bleibt die Aussage von Teil a) richtig, wenn für eine der Mengen A, B die Voraussetzung der Abgeschlossenheit fallengelassen wird?

Aufgabe 29: Es sei $f : X \to Y$ eine surjektive, offene Abbildung und Y zusammenhängend. Zeigen Sie: Ist $f^{-1}(y)$ für jedes $y \in Y$ zusammenhängend, so auch X.

Aufgabe 30: Es sei $\mathbb{R}_+ := \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\} \subset \mathbb{R}$ versehen mit der Unterraumtopologie.

a) Untersuchen Sie, ob $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}_+$ homöomorph sind.

b) Untersuchen Sie, ob $S^1 \subset \mathbb{R}^2$ homöomorph zu einem Intervall in $\mathbb{R}$ ist.

Aufgabe 31: Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit Hilfe des Zwischenwertsatzes.

a) Jede stetige Abbildung $f : [0,1] \to [0,1]$ hat einen Fixpunkt, d.h. es gibt ein Element $x \in [0,1]$ mit $f(x) = x$.

b) Zu jeder stetigen Abbildung $f : S^1 \to \mathbb{R}$ gibt es einen Punkt $x \in S^1$, so daß $f(x) = f(-x)$ gilt.