

## 9. Übungsblatt zu „Topologie I“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 30.6.03, bis 14.15 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 32:** Es sei  $A$  eine Teilmenge des topologischen Raumes  $X$  und  $c : [0, 1] \rightarrow X$  eine stetige Abbildung mit  $c(0) \in \overset{\circ}{A}$  und  $c(1) \in X \setminus \bar{A}$ . Zeigen Sie, daß  $c([0, 1]) \cap \text{Rd}(A) \neq \emptyset$  gilt (d.h. der Weg  $c$  trifft den Rand von  $A$ ).

**Aufgabe 33:** Für  $n > 1$  sei eine Teilmenge  $A \subset \mathbb{R}^n$  definiert durch:

$$A := \left\{ (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \text{zu jedem } i \in \{1, \dots, n\} \text{ existieren } r, j \in \mathbb{Z} \text{ mit } x_i = \frac{r}{2^j} \right\}$$

Bestimmen Sie die Wegekomponten von  $\mathbb{R}^n \setminus A$ .

**Aufgabe 34:** Es sei  $A_n := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y = \frac{x}{n}\}$  für  $n \in \mathbb{N}$ ,  $A := \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$  und  $B := \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 1\}$ . Bestimmen Sie die Zusammenhangskomponenten und die Wegekomponten von  $A \cup B$ .

**Aufgabe 35:** Betrachten Sie  $\mathbb{R}$  zusammen mit der Topologie

$$\mathcal{T} := \{U \subset \mathbb{R} \mid U = \emptyset \vee \mathbb{R} \setminus U \text{ abzählbar}\}.$$

Zeigen Sie, daß der topologische Raum  $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$  zusammenhängend und lokal zusammenhängend, aber nicht wegzusammenhängend ist. Existiert zu jedem  $x \in \mathbb{R}$  eine Umgebungsbasis aus wegzusammenhängenden Teilmengen von  $\mathbb{R}$ ?