

11. Übungsblatt zu „Topologie I“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 14.7.03, bis 14.15 Uhr in den Kästen

Aufgabe 40: Zeigen Sie, daß jeder endliche T_1 -Raum die diskrete Topologie trägt.

Aufgabe 41: Zeigen Sie, daß jeder metrische Raum normal ist.

Aufgabe 42: Betrachten Sie $X := \mathbb{R}$ zusammen mit der Topologie, deren Subbasis aus allen offenen Intervallen in \mathbb{R} und der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen gebildet wird. Zeigen Sie, daß X ein T_2 -Raum, aber kein T_3 -Raum und kein T_4 -Raum ist.
Hinweis: $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ und $\{0\}$ lassen sich nicht durch Umgebungen trennen.

Aufgabe 43: Es seien X und Y topologische Räume, $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow X$ stetige Abbildungen mit $f \circ g = id_Y$.

- a) Zeigen Sie: Ist X hausdorffsch, so auch Y .
- b) Zeigen Sie, daß die Umkehrung der Aussage in Teil a) im allgemeinen nicht gilt, indem Sie geeignete Gegenbeispiele angeben. Nennen Sie solche Gegenbeispiele sowohl für den Fall, daß Y endlich ist, als auch für den Fall, daß Y nicht endlich ist.