Prof. Dr. D. Erle
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

13. Übungsblatt zu „Topologie I“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 28.7.03, bis 14.15 Uhr in den Kästen

Aufgabe 48: a) $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, y^2 - x^4 = 0\}$ und $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, y^2 - (x^2+1)^2 = 0\}$ seien jeweils mit der euklidischen Unterraumtopologie versehen. Untersuchen Sie, ob A und B topologische Mannigfaltigkeiten sind. Fertigen Sie eine Skizze an.

b) Betrachten Sie den $\mathbb{R}^{n^2}$ als Menge $M(n, \mathbb{R})$ der $n \times n$–Matrizen mit reellen Einträgen, die mit der euklidischen Topologie versehen sei. Es sei

$$\mathfrak{sl}(n, \mathbb{R}) := \{M \in M(n, \mathbb{R}) \mid Spur(M) = 0\}$$

mit der Unterraumtopologie versehen. Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen, daß $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{R})$ eine topologische Mannigfaltigkeit ist.

Aufgabe 49: Es seien K ein quasikompakter topologischer Raum und Y ein topologischer Raum. $K \times Y$ sei mit der Produkttopologie versehen. Zeigen Sie, daß die kanonische Projektion $p : K \times Y \to Y$ eine abgeschlossene Abbildung ist.

Aufgabe 50: M sei der $\mathbb{R}$-Vektorraum aller Folgen reeller Zahlen mit konvergenter Quadratsumme aus Aufgabe 1. Untersuchen Sie, ob die Menge

$$A := \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \in M \mid \|(x_n)\|_2 = 1\}$$

kompakt ist.

Aufgabe 51: Es ist aus der Mengenlehre bekannt, daß es eine bijektive Abbildung $f : S^1 \to D^2$ gibt. Zeigen Sie, daß f nicht stetig sein kann.