

## Analysis II

### 2. Übungsblatt, SS 2003

**Abgabe** bis Montag, 5. Mai 2003, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

#### Aufgabe 1

Schiff  $B$  befindet sich um 9 Uhr 65 Seemeilen östlich von Schiff  $A$  und fährt auf Westkurs mit einer Geschwindigkeit von 10 kn. Schiff  $A$  ist mit 15 kn auf Südkurs. Wann sind sich die beiden Schiffe am nächsten und wie groß ist zu diesem Zeitpunkt ihr Abstand?

*Hinweis:* 1 kn  $\hat{=}$  1 Seemeile pro Stunde

#### Aufgabe 2   ★

Bestimmen Sie jeweils  $M^\circ$ ,  $\overline{M}$  und  $\partial M$  zu folgenden Mengen:

a)  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}$

b)  $M = \{x \in \mathbb{R}^n : x_1 + \dots + x_n > 1, x_1 \neq 0\}$

c)  $M = \{r(\varphi)(\cos \varphi, \sin \varphi) \in \mathbb{R}^2 : r(\varphi) = \frac{\varphi}{1 + \varphi}, \varphi > 0\}$

Welche dieser Mengen sind offen, welche abgeschlossen?

#### Aufgabe 3

Es seien  $A, B$  nichtleere Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie:

a)  $A^\circ \cup B^\circ \subseteq (A \cup B)^\circ$

b)  $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

c)  $A' \cup B' = (A \cup B)'$

Geben Sie zu a) und b) je ein Beispiel an, bei dem eine echte Inklusion vorliegt.

#### Aufgabe 4   ★

Eine Menge  $S$  heißt konvex, wenn mit  $a, b \in S$  auch die Strecke  $\{ta + (1-t)b : 0 \leq t \leq 1\}$  zu  $S$  gehört. Zeigen Sie, dass mit  $S$  auch das Innere  $S^\circ$  und die abgeschlossene Hülle  $\overline{S}$  konvex sind.