UNIVERSITÄT DORTMUND
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 10. Juni 2003

Analysis II

8. Übungsblatt, SS 2003

Abgabe bis Montag, 16. Juni 2003, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie

a) das zweite Taylorpolynom um $(1,-1)$ von $f(x,y) = e^{x^2-y^2}$,

b) das dritte Taylorpolynom um $(0,0,0)$ von $g(x,y,z) = \sin(z\cos y)$,

c) die Tangentialebene im Punkt $(1,1,1)$ für $h(x,y) = \dfrac{x^y}{y^x}$.

Aufgabe 2 $\star$

Gegeben seien eine Funktion $f \in C^2(\mathbb{R})$, deren Ableitung genau eine Nullstelle a besitzt, und die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ g(x,y) = 2x^3 + 3e^{2y} - 6xe^y$. Zeigen Sie:

a) Gilt $f''(a) > 0$, so besitzt f in a ein globales Minimum.

b) Für Funktionen $f \in C^2(\mathbb{R}^n)$, $n \geq 2$, deren Ableitung genau eine Nullstelle $a \in \mathbb{R}^n$ besitzt, ist die zu a) analoge Aussage nicht immer richtig.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema in $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x > -1\}$ von

$$f(x,y,z) = 4x^2 - x^2y^2 + 7y^2 - 12yz + 12z^2.$$

Aufgabe 4 $\star$

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y,z) = x^3 - y^3 + z^3 + 2z^2 - 3xyz$.

a) Zeigen Sie, dass in einer Umgebung von $(1,-1)$ eine Funktion $g(x,y)$ existiert mit $g(1,-1) = -1$ und $f(x,y,g(x,y)) \equiv 0$.

b) Zeigen Sie, dass g in $(1,-1)$ ein lokales Extremum besitzt.

c) Bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom um $(1,-1)$ von g.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und Übung finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ss03/index.php`