

Analysis II

14. Übungsblatt, SS 2003

Keine Abgabe!

Aufgabe 1

Berechnen Sie folgende Parameterintegrale durch Differentiation:

a) $\int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-xy}}{ye^y} dy$

b) $\int_0^{\infty} \frac{\arctan(xy)}{y(1+y^2)} dy$

Aufgabe 2

Entscheiden Sie jeweils, ob die Laplacetransformierte von f existiert, und berechnen Sie sie gegebenenfalls:

a) $f(t) = t^n \quad (n \in \mathbb{N})$

b) $f(t) = e^{t^2}$

c) $f(t) = [t]$

d) $f(t) = t^t \quad (t > 0)$

Aufgabe 3

Für $x > 1$ sei $I(x) := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(x^2 - \sin^2 y) dy$.

a) Zeigen Sie $I'(x) = \frac{\pi}{\sqrt{x^2 - 1}}$ und damit $I(x) - \pi \operatorname{arcosh} x \equiv c$.

b) Bestimmen Sie c durch einen geeigneten Grenzübergang.

c) Zeigen Sie $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \cos^2 y dy = -\pi \log 2$.

Hinweis zu a): Substituieren Sie $u = \tan y$.