Prof. Dr. J. Stöckler

Lehrstuhl VIII
Universität Dortmund

**4. Blatt Programmierpraktikum**
**WS 2003/04 (Stöckler/Charina-Kehrein)**

Testierungstermin ist Mittwoch, 10.12.03, 14:00-19:00, M944.
Internetseite:
`www.mathematik.uni-dortmund.de/lsviii/veranstaltungen/num/NP/index.html`

## Aufgabe 1

a) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die das Newtonsche Interpolationspolynom

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} y[x_0, \ldots, x_k] N_k(x)$$

zu den Stützpunkten $(x_i, y_i)$, $i = 0, \ldots, n$, $n \in \mathbb{N}$, mit Hilfe des Neville-Algorithmus an den Stellen des Eingabevektors $t$ berechnet. Falls der zusätzliche Eingabeparameter 'plot=1' ist, zeichnen Sie die Graphen $(t, p_{i,i+k}(t))$, $i = 0, \ldots, n-k$ in einem separaten Fenster für jedes $k = 0, \ldots, n$. Markieren Sie die Stützpunkte.

b) Dieselbe Aufgabe wie in a) ist zu lösen für den Aitken-Algorithmus, der auf der Rekursion

$$\begin{aligned} p_{0,i}(t) &= y_i, \quad i = 0, \ldots, n \\ p_{k+1,i}(t) &= \tfrac{(t-x_k)p_{k,i}(t)-(t-x_i)p_{k,k}(t)}{x_i-x_k}, \quad k = 0, \ldots, n-1,\ i = k+1, \ldots, n \end{aligned}$$

zur Auswertung des Interpolationspolynoms $p_{n,n}$ an den Stellen des Eingabevektors $t$ beruht.

## Aufgabe 2

Untersuchen Sie graphisch, wie eine Änderung des Stützpunktes $\tilde{y}_3 = y_3 - 10^{-2}$ in $(x_k, y_k) = \left(\frac{2\pi k}{n}, \sin\frac{2\pi k}{n}\right)$, $k = 0, \ldots, n$, für $n = 20$ sich auf $p(x)$ und auf den interpolierenden Polygonzug $p_z(x)$ auswirkt. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit dem Graphen der Funktion $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$.

**Aufgabe 3** Die Lebesgue-Funktion zur Lagrangeschen Interpolationsaufgabe mit den (paarweise verschiedenen) Knoten $x_0, \dots, x_n$ lautet

$$\Lambda_n(x) := \sum_{i=0}^{n} |L_{n,i}(x)|,$$

wobei $L_{n,i}$ die Lagrange-Grundpolynome sind.

Die Tschebyscheff-Knoten im Intervall $[-1, 1]$ sind die Nullstellen des Tschebyscheff-Polynoms $T_{n+1}(x) = \cos((n+1) \arccos x)$. Die äquidistanten Knoten im $[-1, 1]$ sind gegeben durch $x_k = -1 + \frac{2k}{n}$, $k = 0, \dots, n$.
Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die die Lebesgue-Funktion

a) $\Lambda_5(x)$ der Polynominterpolation zu den 6 Tschebyscheff-Knoten und den 6 äquidistanten Knoten auf $[-1, 1]$,

b) $\Lambda_5(x)$ der Spline-Interpolation zu den 6 Tschebyscheff-Knoten und den 6 äquidistanten Knoten auf $[-1, 1]$,

c) $\Lambda_{11}(x)$ der Polynominterpolation zu den 12 Tschebyscheff-Knoten und den 12 äquidistanten Knoten auf $[-1, 1]$,

d) $\Lambda_{11}(x)$ der Spline-Interpolation zu den 12 Tschebyscheff-Knoten und den 12 äquidistanten Knoten auf $[-1, 1]$

zeichnet.