

## Numerische Mathematik I

### 14. Übung

**Aufgabe 53** Gegeben ist das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 20 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 10 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 20 & -2 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 20 \\ 18 \\ 18 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie zu dem Startvektor  $x^{(0)} = (0, 0, 0, 0)^T$  drei Iterationen des

- (i) Gesamtschrittverfahrens
- (ii) Einzelschrittverfahrens.

Schätzen Sie den Fehler  $\|x^{(3)} - x^*\|_\infty$  ab, ohne  $x^*$  (die exakte Lösung des Gleichungssystems) explizit auszurechnen.

*Bemerkung:* Bei Einsatz eines Rechners (der sich bei dieser Aufgabe ohnehin anbietet) sollten auch entsprechend mehr Iterationen berechnet werden.

**Aufgabe 54** Untersuchen Sie am Beispiel der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & -a\sqrt{2} \\ a & 1 & a \\ a\sqrt{2} & a & 1 \end{pmatrix},$$

für welche reellen Zahlen  $a$  das Gesamtschrittverfahren bzw. das Einzelschrittverfahren konvergiert.

**Abgabe:** Keine.