Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dipl.-Math. C. Scholz
Dipl.-Math. L. Beutel

Dortmund, 29.10.2003

Numerische Mathematik I

3. Übung

Aufgabe 9
Berechnen Sie für die Matrix

$$M_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & 1000\alpha \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \ \alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\},$$

die Konditionszahl $cond_\infty(M_\alpha)$ und bestimmen Sie α, so dass $cond_\infty(M_\alpha)$ minimiert wird.

Aufgabe 10
Eine Matrix $A = (a_{ij})_{i,j}$ hat die Bandbreite d, falls $a_{ij} = 0$ für alle Indizes i und j mit $|i-j| \geq d$.
Zeigen Sie, dass für eine reguläre Bandmatrix A der Bandbreite d, die die LR–Zerlegung $A = LR$ besitzt, die zugehörigen Matrizen L und R ebenfalls die Bandbreite d haben.

Aufgabe 11
Sei A eine quadratische n–reihige Matrix mit nicht–verschwindenden Hauptdiagonalelementen a_{ii}. Weiter gelte

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} |a_{ik}| \leq \rho |a_{ii}|, \qquad i = 1, \ldots, n,$$

wobei ρ eine reelle Zahl mit $0 < \rho < 1$ ist.
Man zeige, dass die Zeilen von A so skaliert werden können, dass

$$cond_\infty(A) \leq \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

ist. (Hinweis: Multiplizieren Sie A mit $D = diag(a_{11}^{-1}, \ldots, a_{nn}^{-1})$.)

Aufgabe 12
Sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \\ -6 & 4 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie mit dem Austauschverfahren mit Pivotsuche die Inverse.

Abgabe: Donnerstag, den 6.11.2003, bis 10.15 Uhr in den Briefkästen im Mathematikgebäude.