

## Numerische Mathematik I

### 6. Übung

#### Aufgabe 21

Im Labor wurden die Molekulargewichte von 6 Stickstoffoxiden gemessen:

$NO$	$N_2O$	$NO_2$	$N_2O_3$	$N_2O_5$	$N_2O_4$
30.006	44.013	46.012	76.012	108.010	92.011

Bestimmen Sie hieraus mit Hilfe der Ausgleichsrechnung Näherungen für die Atomgewichte von Stickstoff (N) und Sauerstoff (O).

#### Aufgabe 22

Nach dem Keplerschen Gesetz bewegt sich ein Himmelskörper im Sonnensystem auf einer ebenen Bahn von Ellipsen- oder Hyperbelform, wenn Störungen durch die Planeten vernachlässigt werden. Es bezeichnen  $(r, \phi)$  Polarkoordinaten bzgl. des Standortes der Sonne. Die Bahn des Himmelskörpers ist dann gegeben durch die „Kegelschnittgleichung“

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \phi}$$

mit einem Parameter  $p$  und der sogenannten Exzentrizität  $e$ . Für  $0 \leq e < 1$  handelt es sich um eine Ellipse, für  $e \geq 1$  um eine Hyperbel. Für einen neu entdeckten Himmelskörper werden die folgenden Beobachtungen gemacht:

Tag	15.01.	15.04.	15.06.	15.08.	15.09.
$r$	10	5	2.5	1.3	1
$\phi$	$51^\circ$	$67^\circ$	$83^\circ$	$108^\circ$	$126^\circ$

Bestimmen Sie mit Hilfe der Ausgleichsrechnung den Typ der Kometenbahn. (Bringen Sie dazu zunächst die Gleichung in eine Form, die linear in 2 Unbekannten ist.)

#### Aufgabe 23

Ermitteln Sie mit Householder-Transformationen die  $QR$ -Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -9 & -2 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

#### Aufgabe 24

Seien  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$  die Singulärwerte von  $A$  und es gelte  $\sigma_n > 0$ .

- Zeigen Sie, dass  $A$  regulär ist.
- Geben Sie eine Matrix  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mit  $\|B\|_2 = \sigma_n$  so an, dass  $A + B$  singulär ist.
- Geben Sie eine Matrix  $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mit  $\|C\|_2 = \sigma_{k+1}$  so an, dass  $A + C$  den Rang  $k$  hat ( $0 \leq k \leq n - 1$ ).

**Abgabe:** Donnerstag, den 27.11.2003, bis 10.15 Uhr in den Briefkästen im Mathematikgebäude.