

Analysis III

2. Übungsblatt, WS 2003/04

Abgabe bis Montag, 27. Oktober 2003, 12.00 Uhr, in den Kasten im Foyer.

Aufgabe 1

Berechnen Sie folgende Integrale über γ nach der Bogenlänge:

a) $\int_{\gamma} (x^2 + y) ds$ mit $\gamma(t) = (t, \cosh t)^T$, $0 \leq t \leq 1$

b) $\int_{\gamma} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} ds$ mit $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t, t)^T$, $0 \leq t \leq 2\pi$

Aufgabe 2

Untersuchen Sie, ob $f(x, y, z) = (y^2 + 2xz, z^2 + 2xy, x^2 + 2yz)^T$ ein Gradientenfeld ist, und bestimmen Sie gegebenenfalls eine Stammfunktion von f .

Aufgabe 3

Gegeben seien die Funktionen $f(x, y) = (-y, x)^T$ und $g(x, y) = (xe^{x^2+y^2}, ye^{x^2+y^2})^T$. Bestimmen sie jeweils das Kurvenintegral von f bzw. g über folgende Wege γ :

a) $\gamma(t) = (t^\alpha, t^\beta)^T$, $0 \leq t \leq 1$, $\alpha, \beta > 0$

b) $\gamma(t) = (\sin t, 1 - \cos t)^T$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

c) γ sei der Polygonzug von $(0, 0)$ über (x_0, y_0) nach $(1, 1)$.

Aufgabe 4

Berechnen Sie jeweils das Integral $\int_{\gamma} |z|^2 dz$, falls γ

a) die positiv orientierte Kreislinie um $a \in \mathbb{C}$ mit Radius $r > 0$,

b) der Polygonzug von 0 über 1, $1 + i$, i nach 0 ist.