

Analysis III

4. Übungsblatt, WS 2003/04

Abgabe bis Montag, 10. November 2003, 12.00 Uhr, in den Kasten im Foyer.

Aufgabe 1

Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ und $\lambda \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- a) $b \times a = -a \times b$
- b) $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$
- c) $(\lambda a) \times b = \lambda(a \times b)$
- d) $a \times b = 0 \Leftrightarrow a$ und b sind linear abhängig.
- e) $a \cdot (a \times b) = b \cdot (a \times b) = 0$

Aufgabe 2

Skizzieren Sie die Flächenstücke P und K und berechnen Sie jeweils deren Oberfläche:

- a) Es sei P der Teil des durch $z = x^2 + y^2$ definierten Paraboloids, der zwischen den Ebenen $z = 0$ und $z = 4$ liegt.
- b) Es sei K der Kegel der Höhe $h > 0$, der durch Rotation der Geraden $y = ax$ ($a > 0$) um die x -Achse entsteht.

Aufgabe 3

Mit $h > 0$ sei das Hyperboloid $H := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 = 1, |z| \leq h\}$ gegeben.

- a) Skizzieren Sie H und geben Sie eine Parameterdarstellung von H zum einen in expliziter Form, zum anderen als Rotationsfläche an.
- b) Berechnen Sie die Oberfläche von H .

Aufgabe 4

Es seien $h, \varrho, \omega > 0$. Skizzieren Sie die Schraubenfläche

$$S = \{(r \cos \omega t, r \sin \omega t, ht) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq r \leq \varrho, 0 \leq t \leq 1\}$$

und berechnen Sie deren Oberfläche.