Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 7. November 2003

Analysis III

5. Übungsblatt, WS 2003/04

Abgabe bis Montag, 17. November 2003, 12.00 Uhr, in den Kasten im Foyer.

Aufgabe 1

Stellen Sie die Mengen E und A jeweils als Polarkurve dar, wobei

a) $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1\}$ eine Ellipse $(a, b > 0)$ und

a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x|^{\frac{2}{3}} + |y|^{\frac{2}{3}} = 1\}$ die Astroide ist.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Tangentialebene bzw. den Tangentialraum an die Fläche

a) $P := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$ im Punkt $(1,0,1)$,

b) $S^{n-1} := \{x \in \mathbb{R}^n : |x| = 1\}$ in jedem $x \in S^{n-1}$.

Aufgabe 3

Gegeben sei das Ellipsoid $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1\}$.

a) Bestimmen Sie den Abstand $\varrho(x,y,z)$ vom Nullpunkt zur Tangentialebene an E im Punkt $(x,y,z) \in E$.

b) Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_E \frac{1}{\varrho(x,y,z)}\, do$.

Aufgabe 4

Es sei H die Oberfläche des von dem Hyperboloid $x^2 + y^2 - 8z^2 = 1$ und den Ebenen $z = 1$ und $z = -1$ begrenzten Körpers und es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben mit:

$$f(x,y,z) = (2x - 2y^3, -yz + x^3z^2, x^3 + z^2)^T$$

Berechnen Sie das folgende Integral:

$$\int_H f(x,y,z)\, dS$$