Prof. Dr. Franz Kalhoff — Universität Dortmund

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

— Übungen —

Blatt 1 — WS 2003/2004

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Löse das lineare Gleichungssystem (LGS):

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & & & & & = & 1 \\
 & & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & & & & = & 2 \\
 & & & & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & & & = & 3 \\
 & & & & & & x_4 & + & x_5 & + & x_6 & = & 2 \\
x_1 & - & x_2 & & & & & + & x_5 & + & x_6 & = & 0 \\
x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & - & x_5 & + & x_6 & = & 0
\end{array}
$$

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Entscheide in den folgenden Aufgaben a) - c), ob das jeweilige LGS eindeutig, mehrdeutig oder nicht lösbar ist, und gib jeweils die Lösungsmenge an.

a)

$$
\begin{array}{ccccc}
2x & - & 3y & = & 1 \\
-4x & + & 6y & = & -2
\end{array}
$$

b)

$$
\begin{array}{ccccccc}
x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \\
10x & - & 7y & - & z & = & 3 \\
-3x & - & 6y & - & 9z & = & 1
\end{array}
$$

c)

$$
\begin{array}{ccccccc}
x & + & y & & & = & 1 \\
x & & & - & z & = & 2 \\
 & & y & + & z & = & -1
\end{array}
$$

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Gegeben sei das LGS

$$
(G_a) \quad
\begin{array}{ccccccccc}
x_1 & + & ax_2 & & & + & x_4 & = & 1 \\
 & & x_2 & + & ax_3 & & & = & 1 \\
x_1 & & & - & x_3 & + & a^2x_4 & = & 2
\end{array}
\quad .
$$

Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist (G_a) lösbar? Bestimme im Fall der Lösbarkeit die Lösungsmenge von (G_a).

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Beweise mittels des Gaußschen Elimentationsverfahren, dass ein homogenes LGS mit weniger Gleichungen als Unbekannten stets eine nicht triviale Lösung besitzt.

Punkte: Insgesamt sind 16 Punkte erreichbar.

Abgabe: Einwurf in den Briefkasten in der Eingangshalle bis spätestens Mittwoch, 22.10.2003, 10:00 Uhr.