Prof. Dr. Franz Kalhoff
Michael Kropf

Universität Dortmund

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

— Übungen —

Blatt 12 WS 2003/2004

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Wir betrachten die Symmetrische Gruppe $\mathfrak{S}_4$.

a) Geben Sie alle Normalteiler N von $\mathfrak{S}_4$ an.

b) Bestimmen Sie für jeden Normalteiler N von $\mathfrak{S}_4$ den jeweiligen Isomorphietyp der Faktorgruppe $\mathfrak{S}_4/N$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe und $N \subset G$ eine Untergruppe. Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent?

a) N ist ein Normalteiler in G,	e) für alle $g \in G$ gilt $N = gNg^{-1}$,
b) für alle $g \in G$ gilt $gN = Ng$,	f) für alle $g \in G$ gilt $N = g^{-1}Ng$,
c) für alle $g \in G$ gilt $gN \subset Ng$,	g) für alle $g \in G$ gilt $N \subset gNg^{-1}$,
d) für alle $g \in G$ gilt $Ng \subset gN$,	h) für alle $g \in G$ gilt $gNg^{-1} \subset N$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es sei V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum und U ein Untervektorraum von V. Bestimmen Sie die Dimension von V/U in Abhängigkeit von $\dim V$ und $\dim U$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Es sei $e_1, \ldots, e_n$ die Standardbasis des $\mathbb{R}$-Vektorraumes $\mathbb{R}^n$, $v \in \mathbb{R}^n$ ein Vektor und D eine Determinatenform mit $D(e_1, \ldots, e_n) = 1$. Berechnen Sie

a) $D(e_n, \ldots, e_1)$,

b) $D(e_1 + v, \ldots, e_n + v)$.

Punkte: Insgesamt sind 16 Punkte erreichbar.

Abgabe: Einwurf in den Briefkasten in der Eingangshalle bis spätestens Mittwoch, 28.01.2004, 10:00 Uhr.