Prof. Dr. Franz Kalhoff
Michael Kropf

Universität Dortmund

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

— Übungen —

Blatt 13 WS 2003/2004

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden reellen Matrizen, sowie von dem fünffachen dieser Matrizen.

$$A := \begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 19 & 19 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 3 & \dots & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \ C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & 7 & 7 \\ 2 & 1 & 8 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und U ein Untervektorraum von V mit Basis $u_1, \dots, u_m$. Sei $D : V^n \longrightarrow K$ eine Determinantenform. Ist durch

$$D' : (V/U)^{n-m} \longrightarrow K, \ \ (v_1 + U, \dots, v_{n-m} + U) \mapsto D(u_1, \dots, u_m, v_1, \dots, v_{n-m})$$

eine Determinantenform definiert ?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es sei V ein K-Vektorraum der Dimension n; weiter sei $f : V^n \longrightarrow K$ eine alternierende n-Linearform und L ein Endomorphismus von V. Man beweise oder widerlege, dass folgende Funktionen $g, h : V^n \longrightarrow K$ wiederum alternierende n-Linearformen sind:

(1) $g(v_1, \dots, v_n) := f(L(v_1), \dots, L(v_n))$;
(2) $h(v_1, \dots, v_n) := \sum_{i=1}^{n} f(v_1, \dots, v_{i-1}, L(v_i), v_{i+1}, \dots, v_n)$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Eine $n \times n$-Matrix A heißt *schiefsymmetrisch* , wenn $A^T = -A$ gilt. Zeigen Sie: Ist A schiefsymmetrisch, n ungerade und $Char(K) \neq 2$, so ist $\det(A) = 0$.

Punkte: Insgesamt sind 16 Punkte erreichbar.

Abgabe: Einwurf in den Briefkasten in der Eingangshalle bis spätestens Mittwoch, 04.02.2004, 10:00 Uhr.