Prof. Dr. Franz Kalhoff Universität Dortmund

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

— Übungen —

Blatt 2 WS 2003/2004

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Im $\mathbb{R}^3$ seien die Punkte

$$u_1 := (1,0,0),\ u_2 := (2,-1,1),\ u_3 := (0,1,3),\ u_4 := (1,1,1) \text{ und } u_5 := (-1,0,2)$$

gegeben. Geben Sie

a) eine Parameterdarstellung der Verbindungsgeraden g von u_1 und u_2,

b) eine Parameterdarstellung der Verbindungsebene E von $u_3,\ u_4$ und u_5 sowie

c) den Schnittpunkt von g und E an.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Haben die Ebenen E, F des $\mathbb{R}^3$ mit den Gleichungen

$$E:\ x - y + z = 1 \quad \text{und} \quad F:\ 2x + y - 3z = 0$$

eine Gerade g gemeinsam? Wenn ja, geben Sie eine Parameterdarstellung von g an!

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks (das sind die Verbindungsgeraden der Ecken mit den gegenüberliegenden Seitenmittelpunkten) stets einen Punkt gemeinsam haben. Dieser Punkt heißt der Schwerpunkt des Dreiecks.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Beweisen Sie für je zwei Elemente $u, v \in \mathbb{R}^n$ die 'Parallelogrammregel'

$$|u+v|^2 + |u-v|^2 = 2\left(|u|^2 + |v|^2\right)$$

und deuten Sie diese für $n = 2$ in der Standardveranschaulichung.

Punkte: Insgesamt sind 16 Punkte erreichbar.

Abgabe: Einwurf in den Briefkasten in der Eingangshalle bis spätestens Mittwoch, 29.10.2003, 10:00 Uhr.