

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

— Übungen —

Blatt 4

WS 2003/2004

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Strukturen Gruppen sind.

- Die natürlichen Zahlen \mathbb{N} mit der Addition, d.h. $(\mathbb{N}, +)$.
- Die ganzen Zahlen \mathbb{Z} ohne die Null mit der Multiplikation, d.h. $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$.
- Die Menge $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b, \in \mathbb{Q}\}$ ohne die Null mit der Multiplikation, d.h. $(M \setminus \{0\}, \cdot)$.
- \mathbb{R}^3 mit dem Vektorprodukt, d.h. (\mathbb{R}^3, \times) .

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Beweisen Sie den **Satz 1.6.** aus der Vorlesung ('Rechnen mit Potenzen').

Aufgabe 3

(4 Punkte)

In der symmetrischen Gruppe \mathfrak{S}_9 seien die folgenden Elemente gegeben

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix},$$
$$\theta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 4 & 3 & 1 & 6 & 8 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \eta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 6 & 8 & 9 & 2 & 3 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Stellen Sie die vier Elemente in Zykelschreibweise dar.
- Bestimmen Sie die Ordnungen der vier Elemente.
- Bestimmen Sie σ^{-1} , τ^{-1} , $\theta \circ \eta$ und $\eta \circ \theta$.
- Berechnen Sie τ^{876} und η^{1234} .

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Es sei (G, \cdot) eine Gruppe und $a, b, \in G$ mit $\text{ord}(a) = n$ sowie $\text{ord}(b) = m$; $n, m \in \mathbb{N}$.

- Bestimmen Sie alle $k \in \mathbb{Z}$ mit $a^k = e$.
- Es sei G abelsch und $\text{ggT}(n, m) = 1$. Bestimmen Sie $\text{ord}(ab)$.

Punkte: Insgesamt sind 16 Punkte erreichbar.

Abgabe: Einwurf in den Briefkasten in der Eingangshalle bis spätestens Mittwoch, 12.11.2003, 10:00 Uhr.

bitte wenden

Sprechstunden

Prof. Dr. Franz Kalhoff	Raum: 1030	Tel.: -3059	donnerstags 13:00 - 14:00 Uhr
Astrid Fischer	Raum: 911	Tel.: -3072	donnerstags 14:30 - 15:30 Uhr
Frank Bowert	Raum: 1016	Tel.: -3171	dienstags 14:00 - 15:00 Uhr
Eva Ludwig	Raum: 934	Tel.: -3134	donnerstags 12:30 - 13:30 Uhr
Holger Bluhm	Raum: 934	Tel.: -3134	montags 12:00 - 13:00 Uhr
Uwe Schwerdtfeger	Raum: 1017	Tel.: -3071	freitags 16:00 - 17:00 Uhr
Michael Kropf	Raum: 1020	Tel.: -3070	montags 12:00 - 13:00 Uhr