

# Lineare Algebra und analytische Geometrie I

## — Übungen —

Blatt 5

WS 2003/2004

---

### Aufgabe 1

( 4 Punkte)

Bestimmen Sie alle möglichen Gruppentafeln (bis auf Umbenennung und Umnummerierung der Elemente) für Gruppen  $G$  mit höchstens 5 Elementen, d.h.  $|G| = n$  mit  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

(Tipp: Sie sollten insgesamt sechs Gruppentafeln bestimmen!)

### Aufgabe 2

( 4 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Strukturen einen Körper bilden.

a)  $K = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$  mit der üblichen Addition und Multiplikation, d.h.  $(K, +, \cdot)$ .

b)  $(\mathbb{F} \times \mathbb{F}, \oplus, \odot)$ , mit  $\mathbb{F}$  sei ein beliebiger endlicher Körper und

$$(a, b) \oplus (c, d) := (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \odot (c, d) := (ac, bd)$$

für alle  $a, b, c, d \in \mathbb{F}$ .

### Aufgabe 3

( 4 Punkte)

Es sei  $G$  eine endliche Gruppe, die von einem Element  $g \in G$  erzeugt wird.

a) Beweisen Sie, dass alle Untergruppen von  $G$  zyklisch sind.

b) Zeigen Sie, dass für jeden Teiler  $k \in \mathbb{N}$  von  $|G| = \text{ord}(G)$  die Gruppe  $G$  genau eine Untergruppe vom Index  $k$  besitzt.

c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass alle Faktorgruppen von  $G$  zyklisch sind.

d) Geben Sie alle Elemente  $h \in G$  an, die die Gruppe  $G$  erzeugen.

e) Welche Untergruppen haben die additiven Gruppen  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  mit  $n \in \mathbb{N}$ ?

### Aufgabe 4

( 4 Punkte)

Bestimmen Sie alle Untergruppen der symmetrischen Gruppe  $\mathfrak{S}_4$ .

**Sprechstunden**

Dr. Jörg Sawollek

Raum: 913, Tel.: -3443

dienstags 12:00 - 13:00 Uhr

Jason Uhing

Raum: 932, Tel.: -3093

mittwochs 13:00 - 14:00 Uhr

Unter der Adresse

**<http://mentor.mathematik.uni-dortmund.de>**

gibt es ein **Web-Portal** mit Forum (für Fragen und zur Beratung)  
für Erstsemester zu den Vorlesungen

'**Analysis I**',

'**Lineare Algebra und geometrische Geometrie I**',

welches von der **Fachschaft** zusammen mit dem Fachbereich betreut wird.