

Gewöhnliche Differentialgleichungen

2. Übungsblatt, SS 2004

Abgabe bis Freitag, 30. April 2004, 10.00 Uhr, in den Kasten im Foyer.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

a) $x''' - 2x'' - 3x' + 10x = 6te^t + 10t + 1$

b) $x^{(4)} - 7x'' + 6x' = 6t + 5$

c) $x^{(4)} + 2x'' + x = -8(1+t)\sin t$

Aufgabe 2

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme:

a) $x^2y'' + 4xy' + 2y = 4x^2$ $y(1) = 1, y'(1) = 1$

b) $x^2y'' - 5xy' + 10y = 2x^3 + 5x$ $y(1) = 4, y'(1) = 9$

c) $x^3y''' + x^2y'' + 3xy' - 8y = 0$ $y(1) = 0, y'(1) = 4, y''(1) = 4$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie für die folgenden Matrizen A jeweils eine Fundamentalmatrix X des zugehörigen Differentialgleichungssystems $x' = Ax$ mit $X(0) = E$, wobei E die (3×3) -Einheitsmatrix bezeichnet:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & -6 & 5 \\ 4 & -8 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4 (Wiederholung: Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{aligned} x' &= (3t - 1)x + (1 - t)y & x(0) &= -2 \\ y' &= (t + 2)x + (t - 2)y & y(0) &= 1 \end{aligned}$$

Hinweis: Das Differentialgleichungssystem besitzt eine Lösung mit $x = y$.