Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 9. Juni 2004

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

8. Übungsblatt, SS 2004

**Abgabe** bis Freitag, 18. Juni 2004, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

**Aufgabe 1**

Bearbeiten Sie für unten stehende autonome Systeme jeweils folgende Teilaufgaben:

a) Bestimmen Sie alle Nullklinen und stationären Punkte.

b) Skizzieren Sie (in verschiedenen Skizzen) Richtungsfeld und Phasenportrait.

c) Bestimmen Sie anhand des Phasenportraits alle Symmetrieachsen.

d) Beweisen Sie Ihre in c) aufgestellten Behauptungen.

$$\begin{aligned} x' &= (1-x)(y^2-4) \\ y' &= xy \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x' &= 2xy \\ y' &= 4-x^2-y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= -y(1-x^2) \\ y' &= x(1-y^2) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x' &= -y+x^2 \\ y' &= x-y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= (y^2-4)(x+1) \\ y' &= (x^2-4)(y+1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x' &= -y(4-x^2) \\ y' &= x-y^3 \end{aligned}$$

**Aufgabe 2**

Beweisen Sie für das autonome System $x' = f(x)$ mit stetig differenzierbarem $f : D \to \mathbb{R}^n$ folgende Aussagen:

a) Alle Trajektorien im Phasenportrait sind disjunkt.

b) Das System $x' = -f(x)$ besitzt dieselben Orbits wie das System $x' = f(x)$.

c) Ist $K \subset D$ kompakt und gilt für einen Orbit $O(\xi) \subset K$, so ist das Definitionsintervall der zugehörigen Trajektorie $I_\xi = (-\infty, \infty)$.