

Gewöhnliche Differentialgleichungen

9. Übungsblatt, SS 2004

Abgabe bis Freitag, 25. Juni 2004, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Es sei $D \subset \mathbb{R}^n$ ein Gebiet und $f \in C^1(D, \mathbb{R}^n)$. Zeigen Sie, dass $g : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ mit

$$g(x) := \frac{f(x)}{1 + |f(x)|}$$

ebenfalls stetig differenzierbar ist.

Aufgabe 2

Bestimmen und skizzieren Sie für folgende Kurvenscharen deren Orthogonaltrajektorien.

a) $x^2 - 4y = c$

b) $xy = c$

c) $y = \frac{x}{1 + cx}$

Aufgabe 3

Skizzieren Sie Richtungsfeld und Phasenportrait für die autonomen Systeme

a) $x' = 2y$

$$y' = y^2 - x + 1$$

b) $x' = x - y$

$$y' = x + y$$

und bestimmen Sie jeweils einen integrierenden Faktor m , der in a) von x und in b) von $x^2 + y^2$ abhängt. Geben Sie eine Hamiltonfunktion für das mit m modifizierte System an.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für das vereinfachte Lotka-Volterra-System

$$x' = x(a_1 - a_2y)$$

$$y' = y(-b_1 + b_2x)$$

einen integrierenden Multiplikator m , der von xy abhängt, und eine Hamiltonfunktion für das mit m modifizierte System.