

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

### 9. Übungsblatt, SS 2004

**Abgabe** bis Freitag, 25. Juni 2004, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

#### Aufgabe 1

Es sei  $D \subset \mathbb{R}^n$  ein Gebiet und  $f \in C^1(D, \mathbb{R}^n)$ . Zeigen Sie, dass  $g : D \rightarrow \mathbb{R}^n$  mit

$$g(x) := \frac{f(x)}{1 + |f(x)|}$$

ebenfalls stetig differenzierbar ist.

#### Aufgabe 2

Bestimmen und skizzieren Sie für folgende Kurvenscharen deren Orthogonaltrajektorien.

a)  $x^2 - 4y = c$

b)  $xy = c$

c)  $y = \frac{x}{1 + cx}$

#### Aufgabe 3

Skizzieren Sie Richtungsfeld und Phasenportrait für die autonomen Systeme

a)  $x' = 2y$

$$y' = y^2 - x + 1$$

b)  $x' = x - y$

$$y' = x + y$$

und bestimmen Sie jeweils einen integrierenden Faktor  $m$ , der in a) von  $x$  und in b) von  $x^2 + y^2$  abhängt. Geben Sie eine Hamiltonfunktion für das mit  $m$  modifizierte System an.

#### Aufgabe 4

Bestimmen Sie für das vereinfachte Lotka-Volterra-System

$$x' = x(a_1 - a_2y)$$

$$y' = y(-b_1 + b_2x)$$

einen integrierenden Multiplikator  $m$ , der von  $xy$  abhängt, und eine Hamiltonfunktion für das mit  $m$  modifizierte System.