Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 19. Oktober 2004

# Analysis I für Lehramt Gymnasium

2. Übungsblatt, WS 2004/05

**Abgabe** bis Montag, 25. Oktober 2004, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie für $\sum_{k=1}^{n} k^3$ eine Formel, indem Sie folgende Teleskopsumme auswerten:

$$\sum_{k=1}^{n} \left((k+1)^4 - k^4\right)$$

### Aufgabe 2

Es seien $x, y \in \mathbb{R}, y \neq 0$. Berechnen Sie die folgenden Summen:

a) $\displaystyle\sum_{k=3}^{n+2} x^k y^{-2k}$ b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} x^{2k+1} y^{-k-1}$ c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-2)^{n-k}$

### Aufgabe 3

Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt die Ungleichung $3^n > n^3$? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

### Aufgabe 4

a) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ und $0 < x < 1$ die folgende Variante der Bernoullischen Ungleichung gilt:

$$(1-x)^n \leq \frac{1}{1+nx}$$

b) Zeigen Sie mit dem Binomischen Satz, dass alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \geq 0$ die folgende Ungleichung erfüllen:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2} x^2$$