Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 26. Oktober 2004

Analysis I für Lehramt Gymnasium

3. Übungsblatt, WS 2004/05

Abgabe bis **Dienstag**, 2. November 2004, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Es sei A eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ und es existiere ein $s \in \mathbb{R}$ mit folgenden Eigenschaften:

1) s ist obere Schranke von A.
2) $s \in A$.

Zeigen Sie: $s = \sup A = \max A$.

Gibt es eine analoge Aussage für $\inf A$? Formulieren Sie diese gegebenenfalls.

Aufgabe 2

Es seien A und B nichtleere beschränkte Teilmengen von $\mathbb{R}$. Zeigen Sie:

a) Gilt $A \subset B$, so folgt $\sup A \leq \sup B$ und $\inf A \geq \inf B$.
b) Es gilt $\sup(A \cup B) = \max(\sup A, \sup B)$ und $\inf(A \cup B) = \min(\inf A, \inf B)$.
c) Gilt $A \cap B \neq \emptyset$, so ist $\sup(A \cap B) \leq \min(\sup A, \sup B)$, $\inf(A \cap B) \geq \max(\inf A, \inf B)$.

Aufgabe 3

Überprüfen Sie, ob die folgenden Mengen $A_j \subset \mathbb{R}$ beschränkt sind. Bestimmen Sie weiterhin für jedes A_j, falls vorhanden, alle oberen Schranken, unteren Schranken, Supremum, Infimum, Maximum, Minimum.

$$A_1 = [0,1[\ \cup\ ]1,2[\qquad\qquad A_2 = \{x \in \mathbb{R} \ : \ |x-2| - |x+3| \geq 0\}$$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für die folgenden beschränkten Mengen $B_j \subset \mathbb{R}$ jeweils deren Supremum, Infimum und, falls vorhanden, Maximum, Minimum. Geben Sie weiterhin für jedes B_j ein $K_j > 0$ an, sodass $|x| < K_j$ für alle $x \in B_j$ erfüllt ist.

$$B_1 = \left\{1 - \frac{1}{2^n} \ : \ n \in \mathbb{N}\right\} \qquad\qquad B_2 = \left\{1 + \frac{n}{n+1} \ : \ n \in \mathbb{N}\right\} \cup \{2\}$$

$$B_3 = \left\{(-1)^n \left(2 - \frac{2}{n}\right) \ : \ n \in \mathbb{N}\right\}$$