

Analysis I für Lehramt Gymnasium

10. Übungsblatt, WS 2004/05

Abgabe bis Montag, 3. Januar 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Prüfen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit.

a) $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^x,$

b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} \frac{2^x - 1}{x} & x \neq 0 \\ \ln 2 & x = 0 \end{cases}$

Läßt sich f stetig in 0 ergänzen? Wie muß dann $f(0)$ gewählt werden?

Aufgabe 2

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \ln(1 + x^2)$ gegeben.

- Skizzieren Sie f im Intervall $[-4, 4]$ und bestimmen Sie $f(\mathbb{R})$.
- Bestimmen Sie die Bereiche von \mathbb{R} , in denen f stetig und streng monoton ist, und berechnen Sie dort jeweils die Umkehrfunktion von f .

Aufgabe 3

Es sei die Funktion $f : [-1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{1+x}$ gegeben.

- Skizzieren Sie f im Intervall $[-1, 1]$ und bestimmen Sie $f([-1, \infty[)$.
- Zeigen Sie, dass f stetig und streng monoton steigend ist. Bestimmen und skizzieren Sie die Umkehrfunktion von f .

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle Tangenten an den Graphen von $f(x) = x^2 - 6x + 11$,

- die durch den Nullpunkt gehen,
- die zu der Sekanten durch die Punkte $(2, f(2))$ und $(5, f(5))$ parallel sind.

Aufgabe 5

Berechnen Sie mit Hilfe der geometrischen Summenformel die folgende Summe:

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n$$

Wir wünschen ein frohes Weihnachtsfest und einen guten Rutsch ins Jahr

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^{n+1} + 5n^4}{n^2 + 2^n} - \frac{86n^3 - (-1)^n}{3 + 2n^3} \right) !$$