

Analysis I für Lehramt Gymnasium

11. Übungsblatt, WS 2004/05

Abgabe bis Montag, 10. Januar 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Entscheiden Sie, wo folgende Funktionen differenzierbar sind, und bestimmen Sie dort deren Ableitung:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$

b) $f(x) = x^2 \sqrt{x^2 + 2x + 4}$

c) $f(x) = \frac{4^x}{(x^2 - 4)^2}$

d) $f(x) = e^{\frac{1}{2}x^2 + 1} \sin \frac{1}{x}$

e) $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie Minimum und Maximum der Funktion $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := (x^3 - 2x^2 + 2x - 2)e^x$$

und skizzieren Sie deren Graphen.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die auf \mathbb{R} definierte Funktion $f(x) = x + e^x$ eine Umkehrfunktion f^{-1} besitzt, die auf \mathbb{R} differenzierbar ist. Berechnen Sie

$$(f^{-1})'(1 + e).$$

Aufgabe 4

Es seien f, g auf einem Intervall I beliebig oft differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie

$$(fg)'' = f''g + 2f'g' + fg''$$

$$(fg)''' = f'''g + 3f''g' + 3f'g'' + fg'''$$

und finden Sie für $n \in \mathbb{N}$ eine allgemeine Formel für die n -te Ableitung der Funktion fg .