

## Hausaufgaben zur Vorlesung Analysis I

Abgabetermin: Donnerstag, 21.10.2004, 12:00 Uhr

---

**Aufgabe 1:**

Zeigen Sie: für Aussagen  $A$  und  $B$  sind folgende Verknüpfungen äquivalent

- a)  $A \Rightarrow B$
- b)  $\neg B \Rightarrow \neg A$
- c)  $\neg A \vee B$ .

**Aufgabe 2:**

Sei  $K = \{0, 1\}$  mit folgender Additions- und Multiplikationstabelle:

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}, \quad \begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Zeigen Sie:  $K$  ist ein Körper, indem Sie die Gültigkeit aller Körperaxiome nachprüfen.

**Aufgabe 3:**

- a) Zeigen Sie: Eine Verknüpfung  $\circ : M \times M \rightarrow M$  hat höchstens ein neutrales Element.  
Genauer: Sind  $e_1, e_2 \in M$  neutrale Elemente bzgl.  $\circ$ , so folgt  $e_1 = e_2$ .
- b) Sei  $\circ : M \times M \rightarrow M$  eine assoziative Verknüpfung mit neutralem Element  $e$ .  
Zeigen Sie: jedes Element von  $M$  hat höchstens ein Inverses.  
Genauer: Sind  $y_1, y_2 \in M$  Inverse von  $x \in M$ , so folgt  $y_1 = y_2$ .

**Aufgabe 4:**

Sei  $K$  ein Körper mit den Verknüpfungen  $+$  und  $\cdot$ .

Zeigen Sie (nur mit Hilfe der Körperaxiome):

- a)  $\forall x \in K, \quad 0 \cdot x = 0$
- b)  $\forall x, y \in K, \quad x \cdot y = 0 \Rightarrow (x = 0) \vee (y = 0)$
- c)  $\forall x \in K, \quad (-1) \cdot x = -x$
- d)  $(-1) \cdot (-1) = 1$ .
- e)  $\forall x, y \in K, \quad (-x) \cdot y = -(x \cdot y)$ .