7. Hausaufgaben zur Vorlesung Analysis I

Abgabetermin: Donnerstag, 02.12.2004, 12:00 Uhr

Aufgabe 1:

a) Sei $C \in \mathbb{R},\ C > 0$. Zeige: $\lim \sqrt[n]{C} = 1$.

b) Zeige: für alle $n, k \in \mathbb{N}, \quad n \geq k$ gilt:

$$n! \geq \frac{k!}{k^k}\, k^n$$

c) Benutze a) und b) um zu zeigen: $\lim \sqrt[n]{n!} = \infty$.

Aufgabe 2:
Bestimme die Werte der folgenden Reihen:

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(3i+1)^n}$

b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{(5i)^n} - \frac{1}{6^{n+1}} \right)$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Aufgabe 3:
Bestimme, welche der folgenden Reihen konvergieren.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+\sqrt{n}}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+4n}{n^5-9n^2-1}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3+4n}{n^5-9n^2-1}}$

Aufgabe 4:
Bestimme **alle** $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Potenzreihen konvergieren.

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}\, x^{2n+1}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^{2n}}\, x^n$

c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} x^{n!}$

d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n$