

13. Hausaufgabe zur Vorlesung Analysis I

Abgabetermin: Donnerstag, 27.01.2005, 12:00 Uhr

Aufgabe 1:Zeige, dass für alle $z, w \in \mathbb{C}$ gilt:

- a) $e^{iz} = \cos z + i \sin z$
- b) $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$
- c) $\cos(z + w) = \cos z \cdot \cos w - \sin z \cdot \sin w$
- d) $\sin(z + w) = \sin z \cdot \cos w + \cos z \cdot \sin w$

Aufgabe 2:

Finde alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichungen:

- a) $z^2 - z + 1 = 0$
- b) $z^7 = 5$
- c) $z^{15} = -z^6$

Aufgabe 3:Sei $f(x) = 10x^6 - 36x^5 + 45x^4 - 20x^3$

- a) Bestimme alle lokalen Extrema von f .
- b) Auf welchen Intervallen ist f monoton steigend bzw. monoton fallend?
- c) Auf welchen Intervallen ist f konvex bzw. konkav?
- d) Skizziere den Graph von f .

Aufgabe 4:Zeige: Die Funktion $f(x) = |x|$ ist konvex, aber nicht streng konvex.**Aufgabe 5:**Sei $z := \exp(i\frac{\pi}{5})$.

- a) Zeige: $z^5 + 1 = 0$.
- b) Zeige: $z^4 - z^3 + z^2 - z + 1 = 0$.
- c) Sei $u := z + \frac{1}{z}$. Zeige: $u^2 - u - 1 = 0$, und $u = 2 \cos \frac{\pi}{5}$.
- d) Bestimme $\cos \frac{\pi}{5}$.