

14. Hausaufgabe zur Vorlesung Analysis I

Aufgabe 1:

Berechne die folgenden Integrale:

a) $\int x^3 e^{-x^2} dx$

b) $\int \cos x \sin(2x) dx$

c) $\int x^2 e^{\lambda x} dx$ für $\lambda \in \mathbb{R}$

d) $\int_0^{2\pi} x \cos x dx$

Aufgabe 2:Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Riemann-integrierbare Funktion. Zeige: $|f|$ ist ebenfalls Riemann-integrierbar, und

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

Aufgabe 3:

Betrachte die Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ falls } x \text{ irrational} \\ \frac{1}{q} & , \text{ falls } x = \frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{N} \text{ teilerfremd.} \end{cases}$$

(Vgl. 9. Hausaufgabenblatt)

Zeige: f ist Riemann-integrierbar, und $\int_0^1 f(x) dx = 0$.