6. Aufgabenblatt – Funktionentheorie II – WS 2004/05

5. Januar 2005

Die Aufgaben sind bewusst nicht mit Kochrezepten zu lösen. Die Lösungen werden nicht abgegeben und nicht korrigiert, sondern in den Übungen erarbeitet – nach vorheriger intensiver Beschäftigung mit den Aufgaben. Der Übergang zwischen Vorlesung und Übung wird fliessend sein.

Aufgabe 26 *Subordinationsprinzip*
Es sei $F : \mathbb{D} \to G$ eine Überlagerungsabbildung und $f : \mathbb{D} \to G$ holomorph mit $f(0) = F(0)$. Zeigen Sie $f(z) = F(\omega(z))$ mit einer holomorphen Funktion $\omega : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ sowie $|f(z)| \le \max\{|F(w)| : |w| = r\}$ für $|z| = r < 1$. Was gilt bei Gleichheit für ein $z = z_0$, $|z_0| = r > 0$?

Aufgabe 27 Zeigen Sie: Sind $F, F_1 : \mathbb{D} \to G$ Überlagerungsabbildungen, so gibt es eine Möbiustransformation $S : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ mit $F_1 = F \circ S$.

Aufgabe 28 Bestimmen Sie eine Überlagerungsabbildung $F : \mathbb{D} \to \mathfrak{A}_r$, wobei $\mathfrak{A}_r = \{w : r < |w| < 1\}$ ist.

Aufgabe 29 Bestimmen Sie bei gegebenen $m \in \mathbb{N}$ und $0 < r < 1$ die Automorphismengruppe von $\{z : r < |z| < 1/r, z^m \ne 1\}$.

Aufgabe 30 Bestimmen Sie alle eigentlichen Selbstabbildungen von $\mathfrak{A}_r$. Hinweis: Riemann-Hurwitz-Formel zuerst.

Aufgabe 31 Versuchen Sie, die Riemann-Hurwitz-Formel mittels einer Triangulierung $\mathfrak{T}$ des Bildgebietes G zu beweisen. Die Gebiete D und G können als analytisch berandet und $f : D \to G$ holomorph in $\overline{D}$ angenommen werden. Die Triangulierung $\mathfrak{T}$ ist geeignet zu wählen und ist *zurückzuziehen*, $\tilde{\mathfrak{T}} = f^{-1}(\mathfrak{T})$.