Prof. Dr. G. Rosenberger
V. große Rebel

Abgabe: Mi, 20.10.2004, 14h

Übungen zur linearen Algebra und analytischen Geometrie I
Übungsblatt 1

Aufgabe 1:
Zeigen Sie mit Hilfe der Wahrheitstafeln, dass folgende Aussageformen allgemeingültig sind:

a) $A \vee \neg A$

b) $\neg(A \wedge \neg A)$

c) $A \wedge (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$

d) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$.

Aufgabe 2:
Die Zahlen 1 bis 10 werden in zufälliger Reihenfolge im Kreis angeordnet,

z. B.			allgemein:		
	9			x_1	
6		4	x_{10}		x_2
8		3	x_9		x_3
2		7	x_8		x_4
5		1	x_7		x_5
	10			x_6	

Zeigen Sie:
Es gibt drei aufeinanderfolgende Zahlen in dieser Anordnung, deren Summe mindestens 17 ist.

Aufgabe 3:
Zeigen Sie durch vollständige Induktion:
Die Summe der ersten n ungeraden Zahlen ist n^2, d.h. es ist

$$1 + 3 + \ldots + (2n-1) = n^2,\ n \geq 1.$$

Aufgabe 4: *Türme von Hanoi*
Gegeben seien $n \in \mathbb{N}$ kreisförmige Scheiben mit paarweise verschiedenen Durchmessern und 3 Spielfelder A, B, C. Zu Beginn befinden sich alle Scheiben auf Feld A, wobei die größte Scheibe (d.h. die Scheibe mit dem größten Durchmesser) unten liegt, die zweitgrößte an zweitunterster Stelle u.s.w. In jedem Spielzug wird jeweils eine Scheibe von einem beliebigen Spielfeld auf eine andere gelegt. Auf diesem (Ziel-)feld darf sich keine Scheibe befinden, die kleiner ist als die bewegte. Geben Sie eine Formel für die Mindestzahl von Zügen in Abhängigkeit von n an, die notwendig sind, um alle Scheiben von Feld A auf Feld B zu überführen, und beweisen Sie diese Formel durch vollständige Induktion.