

Prof. Dr. Martin Skutella
Maren Martens, Ronald Koch, Alexia Weber

4. Übungsblatt: Lineare Optimierung

Abgabe: 9.11.2004 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 13 (2 + 1 + 2 Punkte)

Gegeben sei das LP $\max c^T x$, s.t. $Ax \leq b$.

- Zeige: Existiert für jede Zeile A_i von A ein x^i mit $Ax^i \leq b$ und $A_i x^i < b_i$, so gibt es auch ein x mit $Ax < b$.
- Zeige, dass jede Konvexkombination von zulässigen Lösungen wieder eine zulässige Lösung ergibt.
- Zeige, dass sogar jede Konvexkombination von Optimallösungen wieder eine Optimallösung ergibt.

Aufgabe 14 (3 Punkte)

Gegeben sei das LP $\min c^T x$, s.t. $Ax = b$. Zeige mit Hilfe des Dualen, dass das LP entweder keine Lösung besitzt, unbeschränkt ist oder alle zulässigen Lösungen optimal sind. Gilt die Aussage auch noch, falls man für das LP zusätzlich $x \geq 0$ fordert?

Aufgabe 15 (3 + 3 + 4 Punkte)

Betrachte das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{llll} \min & x_1 & & +x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 & +2x_2 & \leq 5 \\ & & x_2 & +2x_3 = 6 \\ & & & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \quad (\text{LP})$$

- Löse das LP graphisch.
- Ermittle das zu (LP) duale Programm (D).
- Ermittle die Bedingungen des komplementären Schlupfes für das Problem und löse damit (D).

Aufgabe 16 (5 + 3 Punkte)

Betrachte die beiden folgenden Probleme:

- Finde zu einem gegebenen LP eine zulässige Lösung oder stelle fest, dass es keine gibt.
- Finde zu einem gegebenen LP eine optimale Lösung oder stelle fest, dass es keine gibt.

Zeige, dass die beiden Probleme gleich schwer sind, d.h.: kennt man einen (beliebigen) Algorithmus, der das eine löst, so kann man damit auch das andere lösen.