Universität Dortmund **WS 04/05**
Fachbereich Mathematik, Lehrstuhl V

Prof. Dr. Martin Skutella
Maren Martens, Ronald Koch, Alexia Weber

6. Übungsblatt: Lineare Optimierung

Abgabe: 23.11.2004 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 20 (4 Punkte)
Ist der Punkt $x^* = (0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)^T$ eine Optimallösung des folgenden LPs?

$$\begin{array}{rrcrcrcrcrcl}
\max & 7x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 3x_5 & & \\
\text{s.t.} & x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 & \leq & 4 \\
 & 4x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & + & x_5 & \leq & 3 \\
 & 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & - & 2x_4 & + & 5x_5 & \leq & 5 \\
 & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & \leq & 1 \\
 & & & & & x_1, x_2, & & x_3, x_4, & & x_5 & \geq & 0
\end{array}$$

Beantworte die Frage mit Hilfe der Bedingungen des komplementären Schlupfes.

Aufgabe 21 (5 Punkte)
Es sei Q Teilmenge eines Polyeders $P = P(A, b)$. Zeige, dass $\text{fa}\big(\text{eq}(Q)\big)$ die bezüglich Mengeninklusion kleinste Seitenfläche ist, die Q enthält.

Aufgabe 22 (3 + 4 Punkte)

a) Zeige: Jede nichttriviale Seitenfläche eines Polyeders ist Durchschnitt von Facetten des Polyeders.

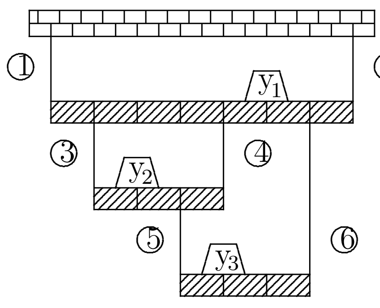
b) Seien P ein Polyeder mit $\dim(P) = d$ und F eine Seitenfläche von P der Dimension k mit $0 \leq k < d$. Dann gibt es Seitenflächen $F_{k+1}, F_{k+2}, \ldots, F_{d-1}$ von P mit

i) $F \subseteq F_{k+1} \subseteq F_{k+2} \subseteq \ldots \subseteq F_{d-1} \subseteq P$,

ii) $\dim(F_{k+i}) = k + i$, für $i = 1, \ldots, d - k - 1$,

(Beweis durch Induktion über $d - k$).

Aufgabe 23 (4 Punkte)
Betrachte das folgende Hängegerüst.



Die Kabel 1 und 2 können je 300 kg Last, die Kabel 3 und 4 je 100 kg und die Kabel 5 und 6 jeweils 50 kg Last tragen. Unter Vernachlässigung des Gewichtes der Kabel und der Bohlen soll das maximal zulässige Gesamtgewicht $y_1 + y_2 + y_3$ für die Lasten gefunden werden. Formuliere das Problem als lineares Programm.