Universität Dortmund **WS 04/05**
Fachbereich Mathematik, Lehrstuhl V

Prof. Dr. Martin Skutella
Maren Martens, Ronald Koch, Alexia Weber

9. Übungsblatt: Lineare Optimierung

Abgabe: 14.12.2004 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 32 $(2+2+2+2$ Punkte$)$

Das Polyeder $P(A,b)$ sei gegeben durch:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Stelle $P(A,b)$ graphisch dar und bestimme alle Ecken.

b) Forme $P(A,b)$ um in ein Polyeder $\tilde{P} = \{\tilde{A}x = \tilde{b}, x \geq 0\}$.

c) Bestimme alle regulären (3,3)-Untermatrizen von $\tilde{A}$.

d) Berechne alle Basislösungen und ordne diese den Ecken zu. Welche Ecken bzw. Basislösungen sind entartet, welche sind zulässig?

Aufgabe 33 $(4+5$ Punkte$)$

Betrachte die Aussage von Satz (9.14) der Vorlesung. Welche geometrische Bedeutung hat der Paramter λ_0 in (b) und welche Beziehung hat $\bar{A}_{\cdot s}$ im Falle $\bar{A}_{\cdot s} \leqslant 0$ zum Rezessionskegel von $P^{=}(A,b)$ (mit Beweis)?

Aufgabe 34 (10 Punkte)

Löse das folgende LP mit dem Simplex-Algorithmus und gib in jedem Schritt die zugehörige Elementarmatrix an:

$$\begin{array}{lrrrrrcr}
\max & 5x_1 & +4x_2 & & & & & \\
\text{s. t.} & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & & & = & 12 \\
 & 4x_1 & +x_2 & & +x_4 & & = & 16 \\
 & x_1 & +x_2 & & & +x_5 & = & 4,3 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \geq & 0
\end{array}$$