Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. C. Scholz

Dortmund, 9.11.2004

Symbolisches Rechnen

5. Übung

Aufgabe 16

(i) Berechnen Sie für $z = -123$ und $p = 5$

(a) die p-adische Entwicklung $z = \pm \sum_{k \geq 0} a_k p^k$ mit $a_k \in \{0, \ldots, p-1\}$ und

(b) die p-adische Entwicklung $z = \sum_{k \geq 0} a_k p^k$ mit $a_k \in \{-[\frac{p-1}{2}], \ldots, [\frac{p}{2}]\}$.

(ii) Entwickeln Sie $a(x) = x^8 + 2x^6 - 2x^5 - 3x^4 + 3x$ p-adisch mit $p = x^3 - 1$.

Aufgabe 17 Die Vandermonde-Matrix zu $x_0, \ldots, x_{r-1}$ ist definiert durch

$$V(x_0, \ldots, x_{r-1}) = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^{r-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{r-1} & x_{r-1}^2 & \cdots & x_{r-1}^{r-1} \end{pmatrix}.$$

Sei ω eine primitive r-te Einheitswurzel in einem Körper K, in dem $r^{-1}[= (r \cdot 1)^{-1}]$ existiert, und $V([\omega]) := V(1, \omega, \ldots, \omega^{r-1})$. Zeigen Sie, dass gilt

$$(V([\omega]))^{-1} = r^{-1} \cdot V([\omega^{-1}]).$$

Aufgabe 18

(i) Skizzieren Sie die Lage aller n-ten primitiven Einheitswurzeln in $\mathbb{C}$ für $n = 2, \ldots, 10$.

(ii) Bestimmen Sie alle primitiven achten Einheitswurzeln in $\mathbb{Z}_p$ für $1 \leq p \leq 20$.

Aufgabe 19 Berechnen Sie mit dem FFT- und dem IFFT-Algorithmus in $\mathbb{Z}_{17}$ das Produkt $(x^2 - 2x + 1)(x - 3)$.

Abgabe: Donnerstag, den 18.11.2004 bis 12.15 Uhr in den Briefkästen im Mathematikgebäude.