Prof. Dr. F. Kalhoff
Dr. (USA) A. Kehrein

Abgabe: 14./15. Juni 2005 (in der Übung)

Algebra I
Übungsblatt 8

Aufgabe 29: Bestimmen Sie bis auf Isomorphie

a) alle Gruppen der Ordnung 6 und

b) alle Gruppen der Ordnung 8.

Tipp zu b): Eine Gruppe, in der alle Elemente eine Ordnung kleiner gleich 2 besitzen, ist abelsch. (Beweis?)

Vergegenwärtigen Sie sich, dass Sie damit alle Isomorphietypen von Gruppen der Ordnung kleiner als 10 kennen.

Aufgabe 30: Sei $C_3 := \{1, x, x^2\}$ die zyklische Gruppe der Ordnung 3. Betrachten Sie den Gruppenring $R := \mathbb{F}_2[C_3]$:

a) Geben Sie explizit alle Elemente und beide Verknüpfungstafeln an.

b) Bestimmen Sie die Nullteiler und die Einheiten von R.

Aufgabe 31: Bestimmen Sie alle kommutativen Ringe mit Einselement, in denen jede Untergruppe bereits ein Ideal ist.

Aufgabe 32: Seien R und S Ringe.

a) Zeigen Sie, dass die Menge $R \times S$ mit den komponentenweisen Verknüpfungen einen Ring bildet (*Produktring*).

b) Wenn R und S Schiefkörper bzw. Körper sind, ist dann auch $R \times S$ ein Schiefkörper bzw. Körper?

c) Zeigen Sie, dass Ideale $I \subseteq R$ und $J \subseteq S$ ein Ideal $I \times J \subseteq R \times S$ bestimmen. Sind alle Ideale von $R \times S$ von dieser Form?