Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 11. April 2005

Analysis II für Lehramt Gymnasium

1. Übungsblatt, SS 2005

Abgabe bis Montag, 18. April 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Es seien $a_1, ..., a_n \in \mathbb{R}$ beliebig. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \cos kx = 0$$

im Intervall $]0, \pi[$ mindestens eine Lösung besitzt.

Aufgabe 2

Stellen Sie die Funktion $f(x) = \cos x$ durch ihr 2. Taylorpolynom mit Integralrestglied dar und zeigen Sie damit für alle $x \in \mathbb{R}$ die Abschätzung:

$$\left| \cos x - 1 + \frac{x^2}{2} \right| \leq \frac{|x|^3}{6}$$

Aufgabe 3

Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls:

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2}\, dx$ b) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{1}{(x-2)^2}\, dx$ c) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}\, dx$ d) $\displaystyle\int_{0}^{\infty} x\, e^{-x^2}\, dx$

Aufgabe 4 *(Substitution $t = \tan \frac{x}{2}$ und Partialbruchzerlegung)*

Berechnen Sie das folgende Integral:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - \cos x)^2 \cos x}{(1 + \sin x) \sin x}\, dx$$