

Analysis II für Lehramt Gymnasium

2. Übungsblatt, SS 2005

Abgabe bis Montag, 25. April 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Berechnen Sie für $a < b$ das uneigentliche Integral $\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x-a}\sqrt{b-x}}$.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(t) = \frac{\sin t}{\sqrt{t}}$. Zeigen Sie:

a) Es lässt sich f im Nullpunkt stetig fortsetzen (womit das Integral $\int_0^1 f(t) dt$ existiert).

b) Das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(t) dt$ existiert.

Zusatz: Zeigen Sie, dass das (sogenannte) Fresnelsche Integral $\int_0^\infty \sin(x^2) dx$ existiert.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Länge der Graphen folgender Funktionen:

a) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2$, ($a \in \mathbb{R}$)

b) $g : [\alpha, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x}$, ($0 < \alpha < 1$)

Zusatz: Zu fest vorgegebenem α sei l_α die Länge des Graphen von g . Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{\alpha \rightarrow 0} l_\alpha$ und vergleichen Sie ihn mit Ihrem Ergebnis aus a) für $a = 1$.

Aufgabe 4

Die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = |x|^{\frac{3}{2}}$.

a) Zeigen Sie, dass f stetig differenzierbar ist.

b) Bestimmen Sie die Länge des Graphen von f .