UNIVERSITÄT DORTMUND
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 9. Mai 2005

# Analysis II für Lehramt Gymnasium

5. Übungsblatt, SS 2005

**Abgabe am Dienstag, 17. Mai 2005, in den Übungen!**

**Aufgabe 1**

Untersuchen Sie für folgende $(a_n)$ jeweils die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ auf absolute Konvergenz:

a) $a_n = \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{n^2}$ b) $a_n = \frac{1}{7^n}\binom{3n}{n}$ c) $a_n = \frac{(2n)!}{n^n n!}$

d) $a_n = \frac{3n}{n^3+2n-1}$ e) $a_n = 2^{(-1)^n - n}$ f) $a_n = (-1)^n \frac{n^2-2}{4n^3+2n^2}$

**Aufgabe 2**

Untersuchen Sie folgende Reihen auf absolute Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Reihenwert.

a) $\sum_{n=4}^{\infty} \left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n}\right)$ b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{5 \cdot 3^n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{n+2}{n}^{-\frac{1}{n}}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2+5n+4}$

**Aufgabe 3**

Gegeben sei die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, wobei $(a_n)$ definiert ist durch $a_{2n-1} = \frac{1}{(2n)!}$, $a_{2n} = \frac{1}{(2n-1)!}$.

a) Wenden Sie das Quotienten- und das Wurzelkriterium an.

b) Finden Sie eine geeignete Umordnung der Reihe, mit der sie deren absolute Konvergenz nachweisen können.

**Aufgabe 4**

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (absolut) konvergiert:

a) $a_n = \frac{x^n}{2n+1}$ b) $a_n = \left(x + \frac{1}{n}\right)^n$