Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 11. Mai 2005

Analysis II für Lehramt Gymnasium

6. Übungsblatt, SS 2005

Abgabe bis Montag, 23. Mai 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Es seien (b_n) eine beschränkte Folge und $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ eine absolut konvergente Reihe.

a) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ absolut konvergiert.

b) Wird in der Voraussetzung „absolut konvergent“ durch „konvergent“ ersetzt, so ist die Reihe aus a) konvergent. Stimmt diese Aussage?

Aufgabe 2

Es sei (a_n) eine monoton wachsende und beschränkte Folge positiver reeller Zahlen. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+1}-a_n}{a_n}$ konvergiert.

Aufgabe 3

Berechnen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ mit Hilfe des Cauchy-Produktes den Ausdruck

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \right) \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{y^j}{j!} \right).$$

Untersuchen Sie insbesondere die Fälle $y = -x$ und $y = x = 1$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie mit Hilfe des Integralkriteriums die Konvergenz der folgenden Reihen:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n\, e^{-n}$

b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\ln n)^2}$