Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 23. Mai 2005

Analysis II für Lehramt Gymnasium

7. Übungsblatt, SS 2005

Abgabe bis Montag, 30. Mai 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie die Dezimaldarstellung des Bruchs $\frac{23}{54}$.

b) Schreiben Sie die Zahl $0,65\overline{740}$ als Bruch.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Folgen $(a_n), (b_n), (c_n)$ mit $a_n := b_n := \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ und $c_n := \displaystyle\sum_{j=0}^{n} a_j b_{n-j}$.

a) Zeigen Sie $(j+1)(n-j+1) \leq (\frac{n}{2}+1)^2$ und folgern Sie: (c_n) ist keine Nullfolge.

b) Existiert das Produkt $\left(\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n\right)\left(\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n\right)$?

Aufgabe 3

Untersuchen Sie jeweils, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Funktionenfolge (f_n) punktweise konvergiert. Bestimmen Sie jeweils die Grenzfunktion (mit Angabe des Definitionsintervalls).

a) $f_n(x) = \dfrac{|x|^n}{1+|x|^n}$

b) $f_n(x) = n^2 x(x-2)(1-x)^n$

Aufgabe 4

Untersuchen Sie die Funktionenfolge (f_n) auf punktweise bzw. gleichmäßige Konvergenz in I. Bestimmen Sie die Grenzfunktion.

a) $f_n(x) = nxe^{-nx}, \quad I = [0, \infty[$

b) $f_n(x) = \dfrac{nx^2}{1+nx^3}, \quad I = [q,1] \ (0 < q < 1)$ bzw. $I = [0,1]$

c) $f_n(x) = \begin{cases} nx & , 0 \leq x \leq \frac{1}{n} \\ 2-nx & , \frac{1}{n} \leq x \leq \frac{2}{n} \\ 0 & , \frac{2}{n} \leq x \leq 2 \end{cases} \qquad I = [0,2]$